

MARTA DANIELA KADELA

Katedra Geotechniki  
Politechnika Śląska w Gliwicach

## ZASTOSOWANIE PROSTYCH MODELI NUMERYCZNYCH PODŁOŻA GRUNTOWEGO DO OPISU PRACY WSPÓLPRACUJĄCEJ Z NIM KONSTRUKCJI WARSTWOWEJ

APPLICATION OF SIMPLE NUMERICAL MODELS OF SUBSOIL  
TO DESCRIBE WORK OF LAYER-CONSTRUCTION INTERACTING WITH IT

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wykorzystanie odpowiednich modeli konstytutywnych do opisu warstw konstrukcji nawierzchni drogowej współpracującej z podłożem gruntowym. Przedstawione doświadczenie numeryczne ukazuje wrażliwość układu obliczeniowego konstrukcja–podłoże na dobór parametrów modelu z uwzględnieniem przede wszystkim wybranych czynników odpowiedzialnych za jego przemieszczenie i kontroluje jednocześnie czasę ugięć, określaną numerycznie.

**Słowa kluczowe:** analiza numeryczna, modele konstytutywne, konstrukcja drogowa

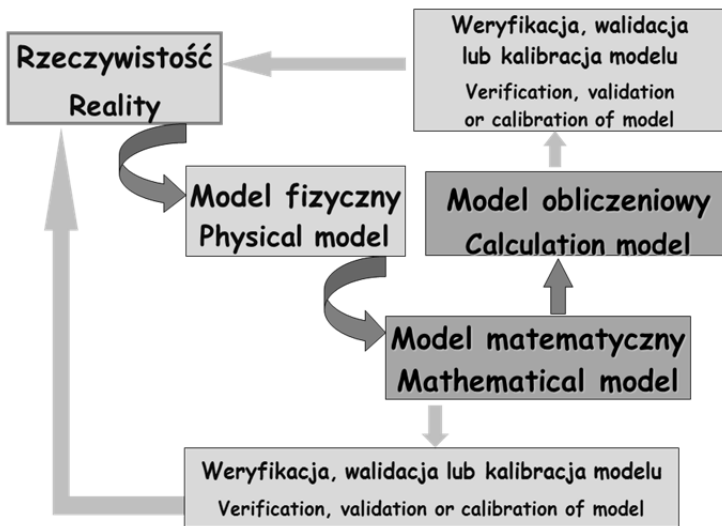
### Wstęp

Każdą konstrukcję należy zaprojektować i wykonać w taki sposób, by w zamierzonym okresie użytkowania, z należyтым poziomem niezawodności i bez nadmiernych kosztów, przejmowała wszystkie oddziaływania i wpływy, które mogą się w tym czasie pojawić. Ważny staje się zatem wybór odpowiedniego sposobu postępowania, pozwalającego opisać zachowanie się analizowanego obiektu we wszystkich przewidywanych fazach jego pracy. Należy przy tym rozpatrzyć liczne warunki oraz sprawdzić, zgodnie z definicją zawartą w Eurokodzie (PN-EN 1990:2004), czy nie zostanie przekroczony żaden stosowny stan graniczny (w podłożu, konstrukcji lub w jednym i drugim). Powinno się to odbywać z użyciem odpowiednich metod projektowania. Projektowanie na podstawie obliczeń analitycznych (najpowszechniejsza metoda) według zaleceń wprowadzonych przez Eurokod powinno wykorzystywać modele obliczeniowe przyjmowane

w zgodzie z teorią i praktyką inżynierską z uwzględnieniem istotnych zmiennych, a jeśli zachodzi taka potrzeba, powinno być także weryfikowane doświadczalnie.

## Material i metody

Przedmiotem niniejszej pracy jest analiza możliwości budowy wiarygodnego modelu obliczeniowego układu konstrukcja drogowa–podłoże gruntowe (o odpowiednich związkach konstytutywnych) z wykorzystaniem powszechnie dostępnego oprogramowania MES. W tym celu należało rozważyć ścieżkę przekształcania rzeczywistości w numeryczny model obliczeniowy, której schemat przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat zamiany rzeczywistości w numeryczny model obliczeniowy  
Fig. 1. Diagram showing method of creating numerical calculation model of reality

Cały ten proces jest niezwykle pracochłonny, wymagający wielu wszechstronnych doświadczeń, związanych w dużej mierze z walidacją i kalibracją tworzonego modelu, jak również z przyjęciem m.in. odpowiednich modeli konstytutywnych dla poszczególnych elementów konstrukcji oraz przyjęciem odpowiednich warunków brzegowych.

W większości publikacji przedstawiających analizy zachowania (w tym analizy stanów naprężenia i odkształcenia) konstrukcji drogowych przyjmuje się warstwy asfaltowe oraz warstwy podbudowy jako sprężyste, a podłoże gruntowe jako półprzestrzeń sprężystą. Jednak proste modele konstytutywne przyjmowane do opisu pracy konstrukcji nawierzchni drogowej nie zawsze oddają w pełni jej rzeczywiste zachowanie, dlatego warto rozpatrzyć możliwość włączenia bardziej złożonych modeli konstytutywnych do opisu poszczególnych warstw. Interesująca z poznawczego punktu widzenia wydaje

się próba wprowadzenia modeli geomateriałów do opisu warstw podbudowy i podłoża gruntowego. Niezależnie jednak od stopnia rozbudowania tworzony model powinien zawsze podlegać odpowiednim procedurom kalibracji. W tym celu rozważano kolejno wpływ na wynik numerycznej oceny zachowania konstrukcji drogowej współpracującej z podłożem gruntowym:

- geometrii modelu obliczeniowego,
- związków konstytutywnych wybranych warstw modelu przyjętej do analizy konstrukcji,
- sztywności warstw konstrukcji i podłoża gruntowego,
- wyboru modelu (2D) i (3D).

Wyniki zostały przedstawione w pracy KADELI (w druku), natomiast w niniejszym artykule zajęto się analizą wybranych czynników odpowiedzialnych za reakcję przemieszczeniową modelu układu obliczeniowego konstrukcja–podłoże i kontrolą czaszy ugięć określanej numerycznie. Wyjściowa kontrola czaszy wynikała z badań *in situ* opublikowanych w artykule JUDYCKIEGO i JASKUŁY (2002).

## Wyniki i dyskusja

W artykule JUDYCKIEGO i JASKUŁY (2002) wybrany model obliczeniowy został wykorzystany do omówienia problemu zniszczenia nawierzchni asfaltowej w dość krótkim okresie po przeprowadzeniu przebudowy. Analizie poddano ugięcie powierzchni jezdni pod naciskiem osi o ciężarze 115 kN na słabym podłożu. Otrzymano wyniki rzędu 1,92 mm i 2,53 mm, odpowiednio, dla pełnej szczepności i dla braku szczepności między warstwami oraz kilkakrotnie mniejsze dla podłoża nośnego. Czasza ugięć rozciągała się do 20 m przed i za kołem w przypadku słabego podłoża i do 3 m w przypadku nośnego podłoża, co w interpretacji autorów artykułu uwidacznia wpływ rodzaju podłoża znajdującego się pod konstrukcją.

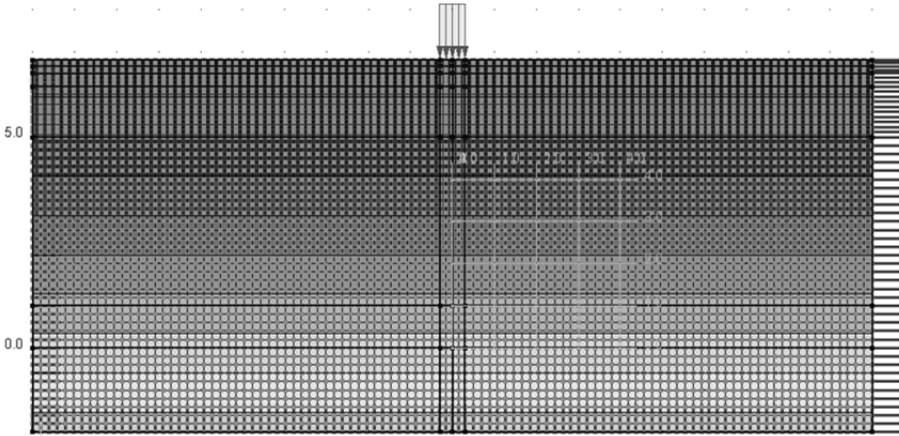
Mając na celu próbę odczytania odpowiedzi podłoża na obciążenie konstrukcji drogowej w analizie numerycznej, przeprowadzono test odwzorowania powyższego przykładu i na podstawie danych przedstawionych we wspomnianym artykule wykonano analizę z użyciem programu ZSoil.

Zamodelowano odcinek drogi o konstrukcji i geometrii podanej na rysunku 2. Przyjęta długość analizowanego odcinka równa 20,0 m miała na celu otrzymanie 10-metrowej czaszy ugięć z każdej strony osi obciążenia. Obciążenie przyjęto jako równomiernie rozłożone  $q = 57,5$  kN, co miało na celu realizacją obciążenia 115 kN na oś.

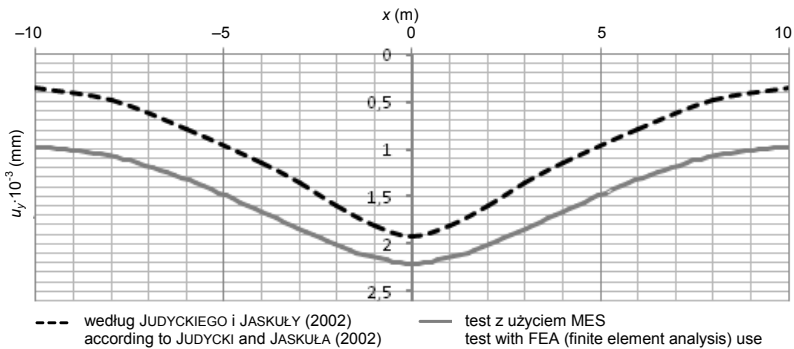
Przyjęto, że konstrukcja jest warstwowa, współpracująca z podłożem gruntowym o grubości  $h = 2,0$  m. Poszczególne warstwy zostały opisane konstytutywnymi modelami sprężystymi o parametrach podanych w artykule. Dla warstw asfaltowych przyjęto wariant o „dużej” sztywności, czyli:

- warstwy nowe:  $E_1 = 20\,000$  MPa,  $\nu_1 = 0,2$ ,
- warstwy stare:  $E_2 = 10\,000$  MPa,  $\nu_2 = 0,3$ .

W wyniku przeprowadzonej analizy otrzymano ugięcie konstrukcji, przedstawione w postaci czaszy ugięć pod obciążeniem na rysunku 3.



Rys. 2. Model obliczeniowy poddany analizie w programie ZSoil  
 Fig. 2. Calculation model under ZSoil program analysis

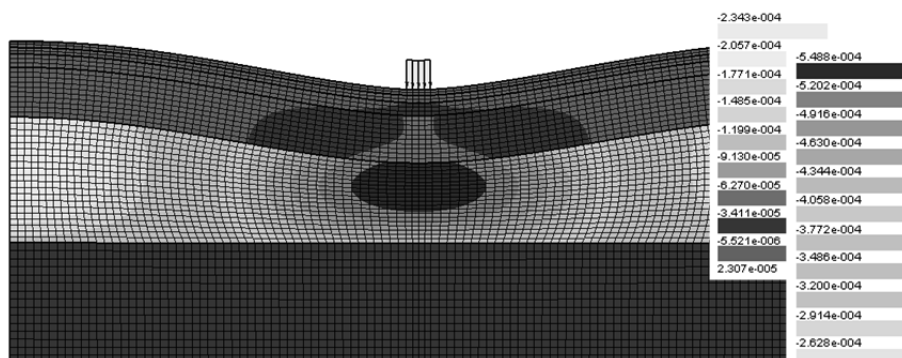


Rys. 3. Czasza ugięć uzyskana w analizie numerycznej  
 Fig. 3. Vertical displacements on load in numerical analysis

Różnice rzędu około  $0,2 \cdot 10^{-3}$  mm pomiędzy analizą przeprowadzoną w programie ZSoil a analizą przeprowadzoną w pracy JUDYCKIEGO i JASKUŁY (2002) mogą wynikać z braku analizy wpływu dokładności doboru odpowiedniego podparcia modelu, wpływu odległości od linii podparcia czy wpływu wielkości elementów siatki na wynik. Jednakże celem przeprowadzonej analizy nie było dokładne uzyskanie wyniku, lecz wskazanie, że warto rozważyć powyższy problem.

Na rysunku 4 przedstawiono rozkład odkształceń pionowych w analizowanej konstrukcji. Uwidacznia się wpływ warstwy słabonośnej, złożonej z torfów i namulów.

Powyższa analiza była początkiem dalszych badań, jednakże proces kalibrowania modelu obliczeniowego układu konstrukcja–podłoże jest ogólnie procesem wielokierunkowym, zależnym m.in. od złożoności związków konstytutywnych opisujących poszczególne elementy rozważanego układu.



Rys. 4. Odkształcenia pionowe w analizowanej konstrukcji  
 Fig. 4. Vertical strains of analysed construction

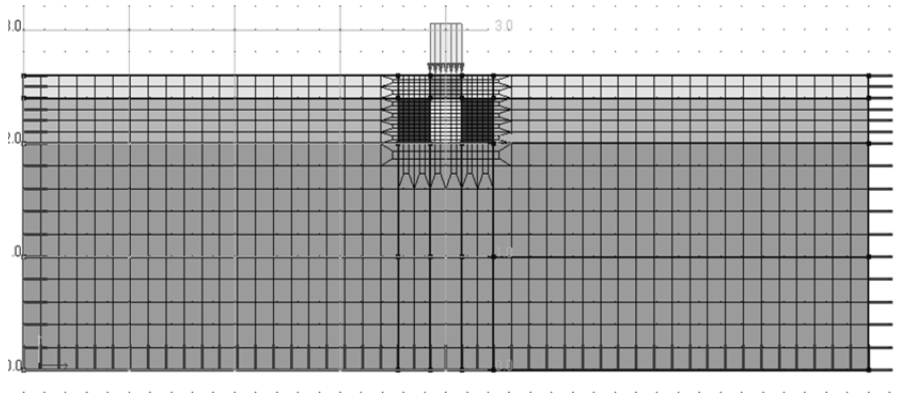
Podstawową zasadą, jaka powinna być przestrzegana w tworzonym modelu, jest sprawdzenie (w procesie jego kalibracji) odpowiedzi na przyłożone obciążenie i jej weryfikacja. W przedstawianych i rozważanych poniżej numerycznych modelach układu konstrukcja drogowa–podłoże gruntowe wymóg weryfikacji wstępnych wyników (tu: przemieszczeń pod obciążeniem pionowym przyłożonym do nawierzchni) został spełniony nie w sposób klasyczny (bezpośredni) – z wykorzystaniem pomiarów *in situ* – lecz w sposób pośredni – z wykorzystaniem rozwiązań i pomiarów istniejących.

Analizę przeprowadzono na modelu konstrukcji nawierzchni drogowej takim, jak w pracach FEDOROWICZ I IN. (2008) oraz KADELI (2009, w druku). Jako weryfikację poprawności doboru modelu kalibrowanego w pracy KADELI (w druku), zastosowano sprawdzenie ugięć analizowanej konstrukcji nawierzchni drogowych. Ugięcia te miały wartości  $2\div 7\cdot 10^{-7}$  m, co jest dopuszczalne (zgodne z wymaganiami). W związku z powyższym postanowiono sprawdzić wrażliwość takiego układu na zmianę sztywności poszczególnych warstw.

Podstawowymi stałymi materiałowymi materiału liniowo sprężystego są moduł Younga oraz współczynnik Poissona, których wartości zależą od rodzaju procesu (statyczny czy dynamiczny).

Przez analogię do rozpatrywanego w geotechnice modułu dynamicznego analizę odpowiedzi materiału górnych warstw konstrukcji drogowej na szybkość obciążenia przykładanego do modelu sprężystego przeprowadzono poprzez uwzględnienie dynamicznej symulacji w statycznym modelu MES. W tym celu wprowadzono efekt lokalnego wzmocnienia statycznego modułu  $E$  (w miejscu dynamicznego oddziaływania koła pojazdu na powierzchnię konstrukcji) do wartości około 300% wartości rzeczywistego modułu warstw asfaltowych. To działanie ma na celu odzwierciedlenie zjawiska obciążenia spadającego z większej wysokości lub szybszego uderzania koła o nawierzchnię drogową.

Wzmocnienie modułów wprowadzono w obszarze obciążenia w taki sposób, że strefa największego wzmocnienia znajduje się w warstwach położonych bezpośrednio pod obciążeniem, tj. na odcinku 0,3 m (analiza II, rys. 5). Strefy wzmocnienia o module nieco mniejszym (stanowiącym około 20% modułu przyjętego w strefie bezpośredniego obciążenia) znajdują się na prawo i lewo od obszaru największego wzmocnienia, na długości 0,3 m z każdej strony.



Rys. 5. Model obliczeniowy poddany analizie II

Fig. 5. Calculation model under analysis II

Pod uwagę wzięto w analizach dwa warianty tak rozumianego „modułu dynamicznego”: gdy strefy wzmocnienia modułu znajdują się wyłącznie w warstwie asfaltowej (zmiana modułów w pierwszej warstwie) oraz gdy wzmocnieniu ulega pakiet warstw, tzn. warstwy asfaltowe wraz z warstwą podbudowy (zmiana modułów w pierwszej i drugiej warstwie). Przeprowadzono analizę dla sześciu bazowych przypadków zmiany wartości modułów (w zakresie 65 000÷18 000 MPa, zgodnie z tabelą 1).

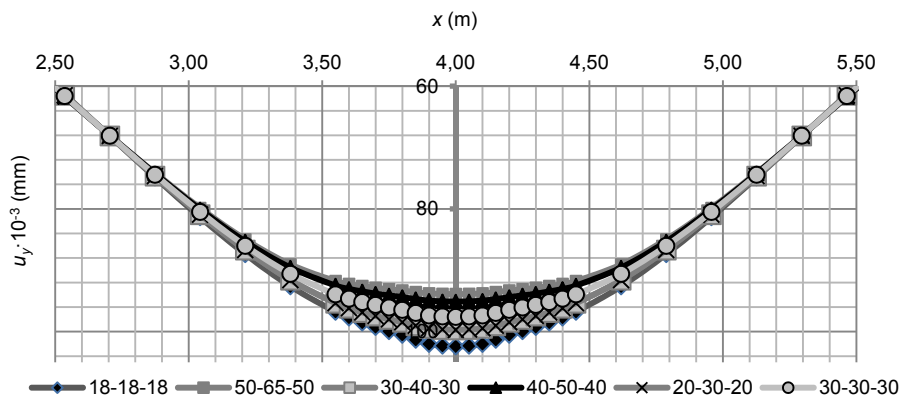
Wprowadzono dodatkowo strefę zagęszczenia siatki w bezpośrednim otoczeniu obciążenia.

Tabela 1. Moduły odkształcenia przyjmowane w analizie (MPa)

Table 1. Deformation moduli assumed in analysis (MPa)

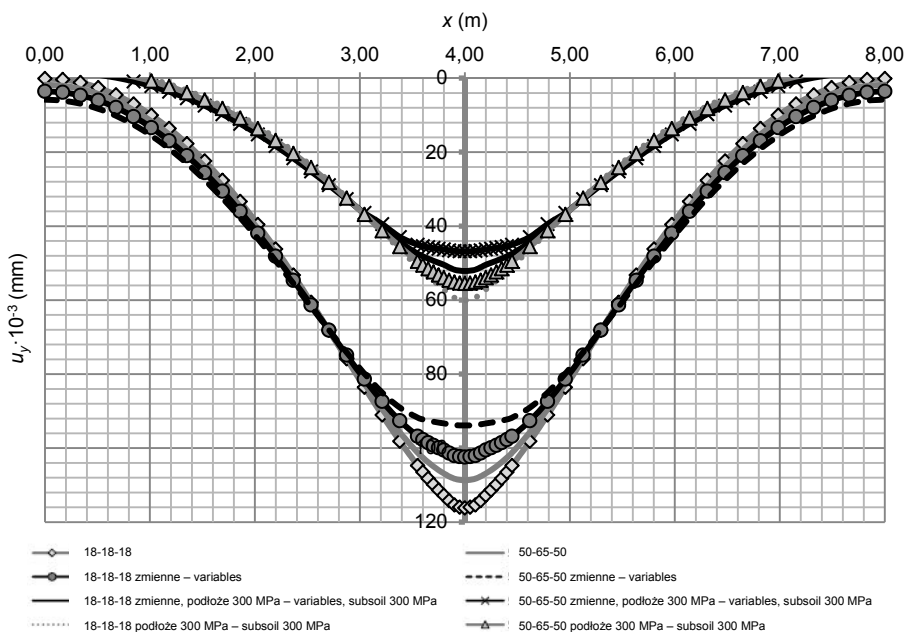
Lp. No	Odcinek o długości 0,3 m na prawo od obciążenia Stretch 0.3 m length on right site of load	Odcinek o długości 0,3 m bezpośrednio pod obciążeniem Stretch 0.3 m length direct under load	Odcinek o długości 0,3 m na lewo od obciążenia Stretch 0.3 m length on left site of load
1	50 000	65 000	50 000
2	40 000	50 000	40 000
3	30 000	40 000	30 000
4	30 000	30 000	30 000
5	20 000	30 000	20 000
6	18 000	18 000	18 000

Wyniki analizy pierwszego przypadku w postaci czaszy ugięć zostały przedstawione na rysunku 6. Największe ugięcia otrzymano dla modułów najmniejszych, a najmniejsze – dla modułów największych. Różnica wartości wynosi około  $8,5 \cdot 10^{-3}$  mm. Maksimum znajduje się w strefie bezpośredniego oddziaływania obciążenia.



Rys. 6. Czasza ugięć dla pierwszego przypadku analizy II  
Fig. 6. Vertical displacements for first case of analysis II

W drugim wariancie wyniki analizy są analogiczne, przy czym różnica między ugięciem dla największego i dla najmniejszego modułu wynosi  $7,5 \cdot 10^{-3}$  mm, czyli jest o  $1 \cdot 10^{-3}$  mm mniejsza niż w poprzednim przypadku.



Rys. 7. Porównanie czasz ugięć uzyskanych przy zmianie modułów warstw konstrukcji drogowej i podłoża  
Fig. 7. Comparison of vertical displacements obtained during changes of construction layers and subsoil moduli

Analogiczne analizy wykonano dla wzmocnionego podłoża, dla którego przyjęto moduł sprężystości  $E$  równy 300 MPa. Otrzymano identyczny charakter czaszy ugięć, przy czym ugięcia były mniej więcej o  $50 \cdot 10^{-3}$  mm mniejsze. Wyniki analiz w postaci obwiedni czasz ugięć przedstawiono na rysunku 7 (jako zmienne oznaczono przypadek, gdy moduł jest zwiększany dla pakietu warstw asfaltowych i podbudowy). W przypadku gdy moduł jest zmieniany dla pakietu warstw asfaltowych i podbudowy, wartości ugięć są mniejsze, a przebieg całej czaszy – łagodniejszy.

## Wnioski

Prezentowany model 2D po kalibracji jest zgodny z istniejącymi rozwiązaniami, zatem sposób modelowania może być wykorzystywany w ocenie zachowania konstrukcji drogowej współpracującej z podłożem gruntowym, przy czym właściwie zbudowany model może być zastosowany do opisu jakościowego, a w szerszej zakrojonych analizach ilościowych może być wykorzystany jako narzędzie projektowania przekrojów konstrukcji drogowej, a także może posłużyć do oceny zgodności zachowania modelowanego układu konstrukcja–podłoże gruntowe z wynikami badań *in situ*.

Szeroko potraktowane numeryczne badania czasz ugięć nawierzchni przy różnych kombinacjach sztywności warstw można potraktować jako „studium parametryczne” wrażliwości konstrukcji drogowej na zmiany w wartościach modułów odkształcenia oraz sposób ewentualnych poszukiwań takiego modelu obliczeniowego, który uwzględniłby dynamiczny charakter pracy konstrukcji w sposób zastępczy.

## Literatura

- FEDOROWICZ L., 2006. Zagadnienie kontaktowe budowla – podłoże gruntowe. Kryteria modelowania i analiz podstawowych zagadnień konstrukcja budowlana – podłoże gruntowe. Wyd. PŚI, Gliwice.
- FEDOROWICZ L., FEDOROWICZ J., KADELA M., 2008. Evaluation of road's pavement resistance of traffic-load KR4 of category in application of the elastic-plastic model with degradation. W: Proceedings on CD-ROM of the International Conference 70 Years of FCE STU, Slovakia. Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava: 10-16.
- JUDYCKI J., JASKUŁA P., 2002. Analiza stanu naprężeń, odkształceń i ugięć w nawierzchni asfaltowej wykonanej na niskim nasypie posadowionym na słabonośnym gruncie. W: Materiały VIII Międzynarodowej Konferencji „Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe”, Kielce. IBDiM, Warszawa: 349-358.
- KADELA M., 2009. Problemy budowy wiarygodnego modelu konstrukcja drogowa – podłoże gruntowe. W: Wybrane zagadnienia z dziedziny budownictwa. Red. A. Wawrzynek. Wyd. PŚI, Gliwice: 433-442.
- KADELA M., w druku. Kalibrowanie modelu obliczeniowego w analizach numerycznych 2D i 3D na przykładzie konstrukcji warstwowej współpracującej z podłożem gruntowym. W: XXII Konferencja Naukowa „Metody komputerowe w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych”, Korbiewów. Czas. Tech.
- PN-EN 1990:2004 Eurokod – Podstawy projektowania.
- PN-EN 1997-1 Eurokod 7 – Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne. PKN, Warszawa.



Kadela M.D., 2012. Zastosowanie prostych modeli numerycznych podłoża gruntowego do opisu pracy współpracującej z nim konstrukcji warstwowej. *Nauka Przyr. Technol.* 6, 2, #21.

---

PN-EN 1997-2 Eurokod 7 – Projektowanie geotechniczne. Część 2: Rozpoznanie i badanie podłoża gruntowego. PKN, Warszawa.

ROZPORZĄDZENIE Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie. 1999. Dz. U. 43, poz. 430 z późn. zm.

STYPULKOWSKI B., 1981. Zagadnienia materiałowe w projektowaniu i wykonawstwie drogowym. WKiŁ, Warszawa.

SZYDŁO A., 1999. Wpływ zmian modułów podłoża oraz grubości warstw na nośność typowych konstrukcji nawierzchni drogowych. W: *Materiały V Międzynarodowej Konferencji „Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe”*, Kielce. IBDiM, Warszawa: 69-75.

## APPLICATION OF SIMPLE NUMERICAL MODELS OF SUBSOIL TO DESCRIBE WORK OF LAYER-CONSTRUCTION INTERACTING WITH IT

**Summary.** The paper presents utilization of appropriate constitutive models applied to describe road pavement construction layers interacting with subsoil. The presented numerical simulation is supposed to show the influence of the models parameters on the construction–subsoil road system. Analysis of different factors is taken into account, which influences the sensitivity of the model (displacements observed as vertical displacement of different case of layers stiffness road construction). Vertical displacement was modelled using numerical analysis. The study shows a numerical research on vertical displacement of construction which can constitute a “parameters’ study” of construction’s sensitivity to changing values of deformation modulus. It also offers a new way to find a dynamic model of road pavement construction.

**Key words:** numerical analysis, constitutive models, road construction

*Adres do korespondencji – Corresponding address:*

*Marta Daniela Kadela, Katedra Geotechniki, Politechnika Śląska w Gliwicach, ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice, Poland, e-mail: marta.kadela@polsl.pl*

*Zaakceptowano do druku – Accepted for print:*

*2.12.2011*

*Do cytowania – For citation:*

*Kadela M.D., 2012. Zastosowanie prostych modeli numerycznych podłoża gruntowego do opisu pracy współpracującej z nim konstrukcji warstwowej. Nauka Przyr. Technol. 6, 2, #21.*