

JAN GASZYŃSKI, KAROLINA ŁACH

Institut Geotechniki
Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

WPLYW ŹRÓDŁA INIEKCJI NA PRZEMIESZCZENIE FUNDAMENTU W WARUNKACH ORTOTROPOWEGO PRZEPLYWU CIECZY

INFLUENCE OF THE INJECTION SOURCE
ON THE FOUNDATION MOVEMENT
IN CONDITIONS OF THE ORTHOTROPIC FLOW

Streszczenie. Przedmiotem pracy są rozważania nad współdziałaniem fundamentu i gruntu w przypadku wzmacniania podłoża gruntowego źródłem iniekcji. Ośrodek gruntowy ma zróżnicowane właściwości przepływu w kierunkach: poziomym i pionowym. Rezultatem pracy jest opis zależności między przemieszczeniami fundamentu i działaniem źródła ciśnienia usytuowanego w podłożu. Do rozważań przyjęto model konsolidacji dwufazowego ośrodka gruntowego, w którym model liniowo sprężysty obrazuje zachowanie się szkieletu, a ruch cieczy, całkowicie wypełniającej pory gruntowe, ma charakter laminarny. W rozwiązaniach podano przemieszczenia fundamentu oraz naprężenia w strefie kontaktu.

Słowa kluczowe: konsolidacja, źródło ciśnienia, przepływ ortotropowy

Wstęp

Przedmiotem rozważań jest związek pomiędzy osiadaniem fundamentu a mocą źródła w różnych warunkach przepływu.

Modelem użytym do opisu deformacji i rozkładu naprężeń jest model konsolidacji. Uwzględnia on źródła zaburzenia oraz ortotropowe właściwości przepływu, wynikające z różnej przepuszczalności masy gruntowej w kierunkach: pionowym i poziomym.

W rozpatrywanych zagadnieniach przyjęto założenia dwufazowego ośrodka gruntowego. Jest on zbudowany z jednorodnego, liniowo-sprężystego szkieletu oraz cieczy, która wypełnia całkowicie pory gruntowe. Ruch cieczy jest laminarny, stosuje się do

niego prawo przepływu Darcy'ego. Pola deformacji szkieletu i ciśnienia cieczy są wzajemnie ze sobą sprzężone.

Zadania zostały rozwiązane w osiowo-symetrycznym stanie odkształcenia w warunkach działania punktowego źródła ciśnienia.

Układ równań

Oznaczenia przyjęte w pracy:

u, w – współrzędne wektora przemieszczenia w kierunkach: r (promienia) i z (osi),

$\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{rz}$ – współrzędne tensora odkształcenia szkieletu,

θ – dylatacja cieczy,

N, A, Q, R – parametry ośrodka porowatego,

k_r, k_z – współczynniki przepuszczalności w kierunkach – odpowiednio – promienia, r (poziomy), i osi, z (pionowy),

$\eta^2 = \frac{k_r}{k_z}$ – stopień anizotropii (WIECZYSTY 1970),

V^o – działanie źródła w chwili początkowej,

$V(t)V^oH(t)$ – funkcja opisująca działanie źródła,

$\sigma_r, \sigma_z, \sigma_{rz}$ – współrzędne tensora naprężenia w szkielecie gruntowym,

σ – ciśnienie cieczy w porach.

Zależności pomiędzy parametrami dla ośrodka gruntowego (ŁACH I GASZYŃSKI 2009):

$$M = A - \frac{Q^2}{R} \quad H = Q + R \quad E_k = M + 2N$$

$$E_p = \frac{R(M + 2N) + H^2}{R} = E_k + \frac{H^2}{R} \quad a = \frac{R(M + N) + H^2}{R(M + 2N) + H^2}$$

$$B = \frac{R^2(M + 2N)}{R(M + 2N) + H^2} = R \frac{E_k}{E_p} \quad B_o = \frac{R(M + 2N)}{H} = \frac{R}{H} E_k$$

$$p = \frac{1}{k_z B} \quad \bar{S}(s) = s\bar{V}(s) - V^o \quad \mu^2 = \eta^2 \omega^2 + \frac{s}{k_z B} = \eta^2 \omega^2 + ps$$

$$\bar{M}(s) = a - \frac{NH}{B_o E_p} \left(1 - \frac{ps}{(\omega + \mu)^2} \right) \quad b = 1 - \frac{HN}{B_o E_p a}$$

Stan ośrodka konsolidującego w przypadku działania źródła ciśnienia opisują podane poniżej układy równań (GASZYŃSKI 1998). W walcowym układzie współrzędnych $(0, r, \varphi, z)$, w osiowo symetrycznym stanie odkształcenia, stanowią je:

– równania przemieszczeniowe szkieletu:

$$N\left(\Delta - \frac{1}{r^2}\right)u + (N + M)\varepsilon_{,r} + \frac{H}{R}\sigma_{,r} = 0 \quad (1)$$

$$N\Delta + (M + N)\varepsilon_{,z} + \frac{H}{R}\sigma_{,z} = 0$$

– równanie przepływu cieczy:

$$k_r\sigma_{,rr} + k_r\frac{1}{r}\sigma_{,r} + k_z\sigma_{,zz} = \frac{1}{R}\dot{\sigma} - \frac{H}{R}\dot{\varepsilon} + V \quad (2)$$

$$V = \frac{\delta(r)}{r} \cdot \delta(z) \cdot \tau(t) \cdot V^o \quad (3)$$

– związki geometryczne:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad \varepsilon_\phi = \frac{u}{r} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}\right)$$

– związki fizyczne:

$$\sigma = Q \cdot \varepsilon + R \cdot \theta \quad (5)$$

$$\sigma_{ij} + \sigma\delta_{ij} = 2N\varepsilon_{ij} + \left(M\varepsilon + \frac{H}{R}\sigma\right)\delta_{ij} \quad (6)$$

Warunki brzegowe:

$$w = w_o \quad r < r_o \quad (7)$$

$$\sigma_z + \sigma = 0 \quad r > r_o$$

$$\sigma_{rz} = 0 \quad r > 0 \quad (8)$$

$$\sigma = 0 \quad r > 0$$

Warunki początkowe:

– równania zgodności:

$$N\left(\Delta - \frac{1}{r^2}\right)u^o + (M + N)\varepsilon_{,r}^o + \frac{H}{R}\sigma_{,r}^o = 0 \quad (9)$$

$$N\Delta w^o + (M + N)\varepsilon_{,z}^o + \frac{H}{R}\sigma_{,z}^o = 0 \quad (10)$$

– równanie opisujące zachowanie się cieczy wypełniającej pory szkieletu:

$$\left(k_r \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \sigma^o = V^o \frac{\delta(r)}{r} \delta(z) \quad (11)$$

Zadanie rozwiązano, stosując transformacje całkowe i rachunek operatorowy (ŁACH 2003). Wyrażenia na naprężenia kontaktowe i przemieszczenia brzegu przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned} \bar{q}(r,s) = & \frac{4N}{\pi} \left[\bar{M}(s) \bar{w}_o + \frac{1}{B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1 + psh^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \ln \frac{r_o^2 + n^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}} \right] + \\ & + \frac{4N}{\pi B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1 + psh^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \left[\frac{1}{\sqrt{h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{h^2 + r^2}} + \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}(r,s) = & \frac{2}{\pi} \bar{w}_o \arcsin \left(\frac{2r_o}{r_o + r + |r_o - r|} \right) + \\ & + \frac{2}{\pi B_o k_z s \bar{M}(s)} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1 + psh^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \int_0^r \ln \frac{\xi^2 + n^2 h^2}{\xi^2 + h^2} \frac{1}{\sqrt{r^2 - \xi^2}} d\xi + \\ & + \frac{2}{\bar{M}(s) B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1 + psh^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \ln \left| \frac{\sqrt{h^2 + r^2} + h}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2} + \eta h} \right| \end{aligned} \quad (13)$$

Obliczenia wykonano dla następujących wartości parametrów: $N = 0,5$ MPa, $A = 1,1$ MPa, $Q = 1,1$ MPa, $R = 4,0$ MPa.

Podane wielkości N , A , Q , R są parametrami ośrodka porowatego według modelu M.A. Biota, których sens fizyczny został zinterpretowany w pracy GASZYŃSKIEGO (1984):

$$k_z = 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^4}{\text{kN} \cdot \text{doba}}$$

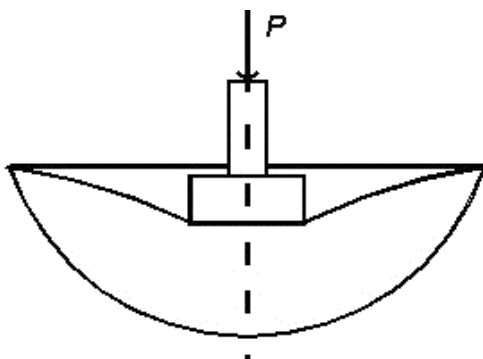
$$V^o = \frac{k_z}{h} p_o$$

gdzie $p_o = 0,3$ MPa – ciśnienie w źródle.

Półprzestrzeń konsolidująca obciążona fundamentem

Zakłada się, że na brzegu konsolidującej półprzestrzeni jest usytuowany sztywny fundament, o kołowej podstawie o promieniu r_o (rys. 1). Obciążenie całkowite P powoduje osiadanie fundamentu, które w funkcji czasu wyraża zależność:

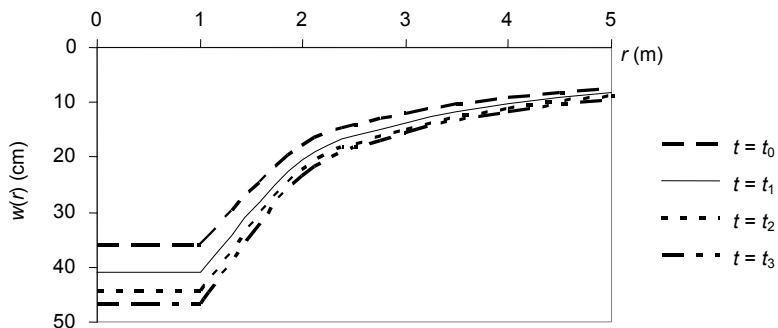
$$w_p(t) = \frac{P}{8Nar_o b} \left[1 - (1-b) \exp\left(-\frac{\eta b t}{ph^2}\right) \right] H(t) \quad (14)$$



Rys. 1. Osiowy przekrój fundamentu i podłoża gruntowego

Fig. 1. Axial cross section of the foundation and the soil

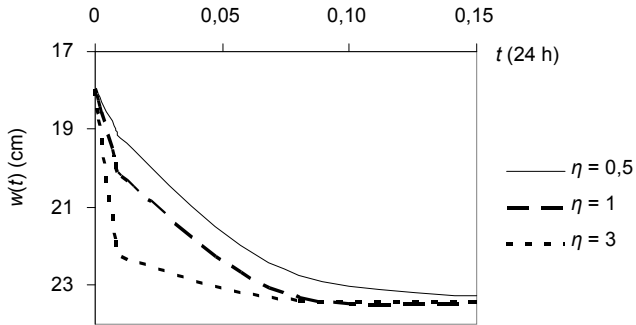
Na rysunku 2 przedstawiono osiadanie fundamentu w funkcji czasu i odległości od środka fundamentu.



Rys. 2. Osiadanie fundamentu w funkcji odległości r i czasu t bez źródła ciśnienia

Fig. 2. Displacement of the foundation in the function of distance r and time t without an injection source

Korzystając z wyrażenia (14), można sprawdzić, jak ortotropia przepływu oddziałuje na przebieg osiadania w czasie. Rysunek 3 przedstawia zmiany w funkcji osiadania w zależności od współczynnika anizotropii.



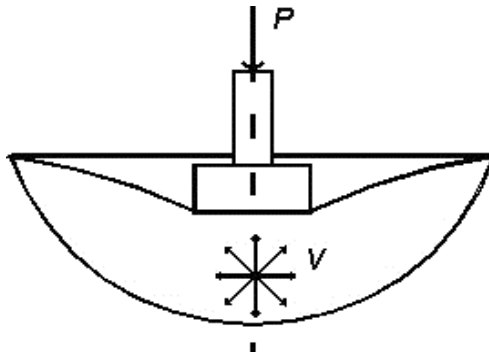
Rys. 3. Osiadanie fundamentu w funkcji współczynnika anizotropii bez źródła ciśnienia

Fig. 3. Displacement of the foundation in the function of anisotropy coefficient without an injection source

Półprzestrzeń pod działaniem obciążenia i źródła ciśnienia

Stosując iniekcję (reprezentowaną tu przez źródło ciśnienia), można nie dopuścić do nadmiernego osiadania. Aby zwiększyć nośność i zmniejszyć odkształcalność podłoża (rys. 4) przy posadowieniu fundamentu, inicjuje się źródło ciśnienia umiejscowione w punkcie $(0, h)$, opisane wyrażeniem:

$$V(t) = \frac{k_z p_o}{h} H(t) \quad (15)$$



Rys. 4. Osiowy przekrój fundamentu i podłoża gruntowego z umieszczonym w nim źródłem ciśnienia

Fig. 4. Axial cross section of the foundation and the soil with the source of pressure

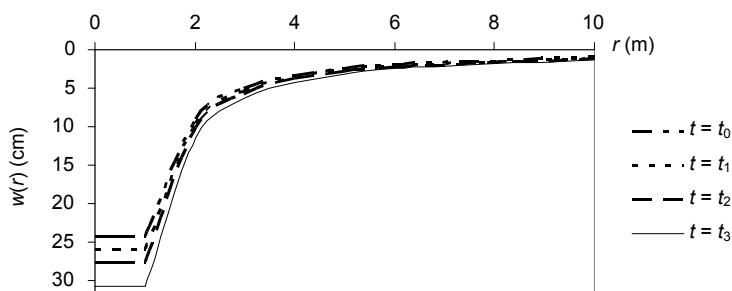
Działanie źródła zmienia naprężenia w obszarze kontaktu fundamentu z podłożem oraz zmienia charakter osiadania.

Wyrażenia na naprężenia kontaktowe oraz osiadanie opisane są wzorami:

$$q(r) = \frac{4NV^o}{\pi B_o k_z} \frac{1}{\eta^2 - 1} \left[\frac{1}{\sqrt{h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{h^2 + r^2}} - \frac{1}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \right] \quad (16)$$

$$w_o = \frac{-V^o}{B_o k_z ab} \frac{2h}{r_o (\eta^2 - 1)} \left[\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \operatorname{arctg} \frac{r_o}{\eta h} - \operatorname{arctg} \frac{r_o}{h} \right] \cdot \left[1 - (1-b) \exp\left(-\frac{\eta bt}{ph^2}\right) \right] H(t) + \frac{P}{8Nar_o b} \left[1 - (1-b) \exp\left(-\frac{\eta bt}{ph^2}\right) \right] H(t) \quad (17)$$

Na rysunku 5 przedstawiono przemieszczenie fundamentu pod wpływem obciążenia oraz działania źródła w funkcji czasu i odległości od podstawy fundamentu ($r_o = 1$ m, $h = 1$ m).



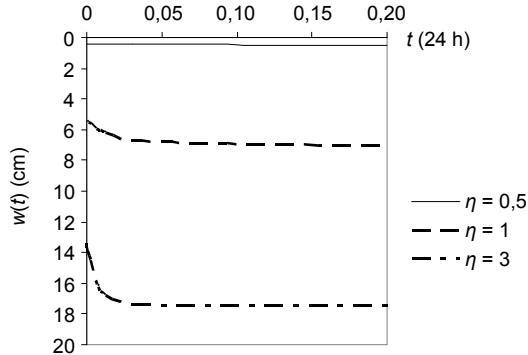
Rys. 5. Osiadanie fundamentu w funkcji czasu t i odległości r pod działaniem źródła ciśnienia

Fig. 5. Displacement of the foundation in the function of time t and distance r with an injection source

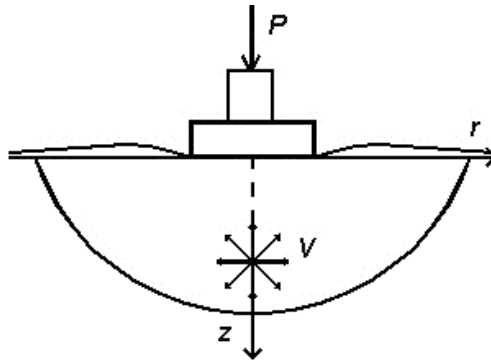
Wpływ ortotropii przepływu na osiadanie fundamentu przedstawiono na rysunku 6.

Półprzestrzeń pod działaniem obciążenia i źródła ciśnienia redukujące osiadanie

Inicjacja źródła ciśnienia może zarówno zmienić obraz osiadania, jak i zniwelować całkowicie osiadanie (rys. 7). Rozważa się wzajemne oddziaływanie fundamentu i źródła. Obciążenie fundamentem jest równoważone działaniem źródła, znajdującego się na



Rys. 6. Osiadanie fundamentu w funkcji współczynnika anizotropii pod działaniem źródła ciśnienia
 Fig. 6. Displacement of the foundation in the function of anisotropy coefficient with an injection source



Rys. 7. Fundament w płaszczyźnie $z = 0$
 Fig. 7. Foundation in the plain $z = 0$

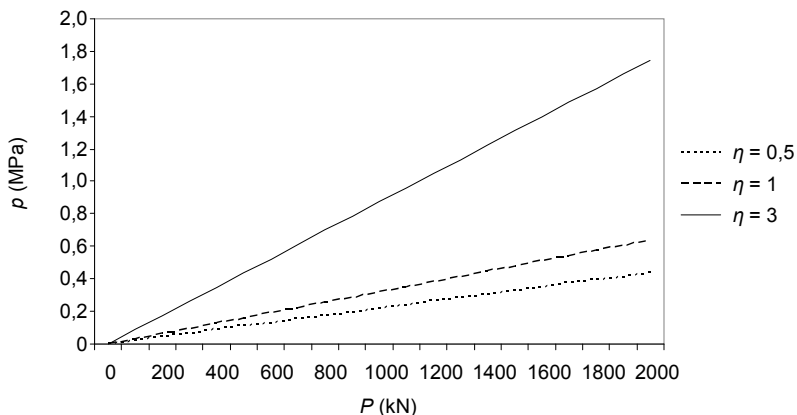
określonej głębokości h . Osiadanie fundamentu określone wyrażeniem (17) równa się zero. Dla tak sformułowanych warunków wartość końcowego działania źródła wyraża zależność:

$$V = \frac{B_o k_z}{16N} \frac{\eta^2 - 1}{h} \frac{P}{\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (18)$$

Odpowiadająca tym warunkom wartość ciśnienia w źródle wyraża, na podstawie wzoru (15), zależność:

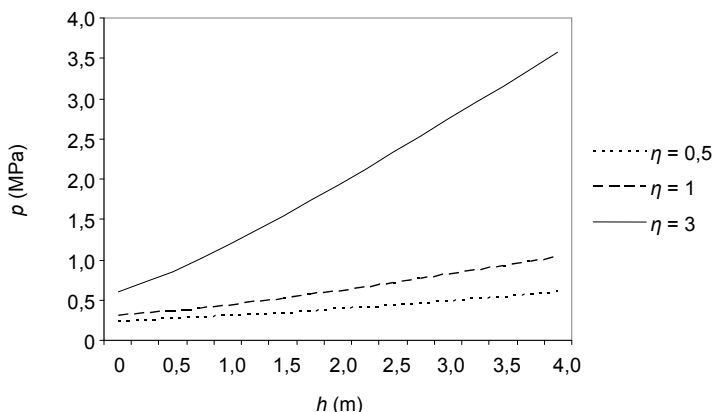
$$p_o = \frac{B_o}{16N} (\eta^2 - 1) \frac{P}{\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (19)$$

Rysunek 8 przedstawia zależność między obciążeniem fundamentem a mocą źródła dla różnych współczynników η .

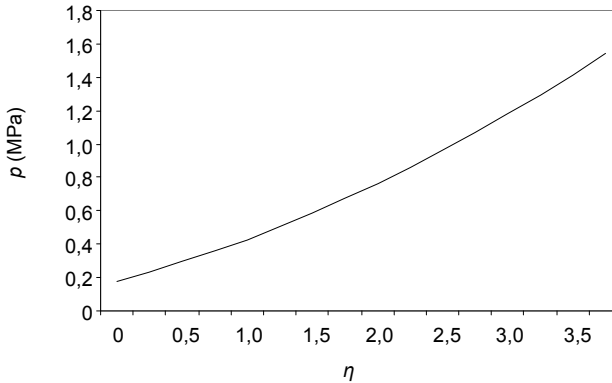


Rys. 8. Moc źródła w funkcji obciążenia fundamentu i współczynnika anizotropii
Fig. 8. Power of the source in the function of load of foundation and anisotropy coefficient

Można sprawdzić, jak głębokość usytuowania iniekcji wpływa na ciśnienie w źródle (rys. 9), a także jak zmienia się ciśnienie w źródle w różnych warunkach przepływu (rys. 10).



Rys. 9. Moc źródła w funkcji jego zagiębnienia i współczynnika anizotropii
Fig. 9. Power of the source in the function of its depth and anisotropy coefficient



Rys. 10. Moc źródła w funkcji współczynnika anizotropii
 Fig. 10. Power of the source in the function of anisotropy coefficient

Wnioski

W pracy analizowano wpływ ortotropii przepływu na współpracę fundamentu z podłożem w warunkach działania iniekcji.

Uzyskane rezultaty pozwalają monitorować przebieg osiadania w czasie dla różnych warunków przepływu (wzór (17)). Wyrażenie (18) umożliwia prognozowanie mocy źródła dla danych warunków gruntowych wpływającego na przemieszczenie fundamentu. Korzystając z wyrażenia (19), można ocenić zabiegi iniekcyjne podejmowane w celu wzmocnienia podłoża gruntowego. Można dobrać końcowe ciśnienie w źródle, które ma zredukować osiadanie fundamentu, w zależności od parametrów geotechnicznych, głębokości, na której znajduje się źródło, oraz nacisku fundamentu na podłoże gruntowe.

Literatura

- GASZYŃSKI J., 1984. Identyfikacja modelu konsolidacji Biota na podstawie realizacji jednoosiowego zadania brzegowego. *Arch. Hydrotech.* 31: 1-2.
- GASZYŃSKI J., 1998. Osiowo-symetryczne problemy kontaktowe konsolidującego podłoża gruntowego w przypadku działania źródeł masy i ciśnienia. *PKrak Monogr. Ser. Inż. Sanit. Wod.* 230.
- ŁACH K., 2003. Zadanie kontaktowe dla konsolidującego podłoża gruntowego ze źródłem ciśnienia. Instytut Geotechniki Politechniki Krakowskiej, Biblioteka Cyfrowa PK, Kraków.
- ŁACH K., GASZYŃSKI J., 2009. Wpływ anizotropii na przemieszczenie fundamentu wywołane działaniem źródła ciśnienia. *Czas. Tech.* 14, Środ. 4-Ś: 77-91.
- WIECZYSTY A., 1970. *Hydrogeologia inżynierska*. PWN, Warszawa.

INFLUENCE OF THE INJECTION SOURCE ON THE FOUNDATION MOVEMENT IN CONDITIONS OF THE ORTHOTROPIC FLOW

Summary. The subject of the work is a consideration on the problem of foundation and ground interaction while reinforcing the ground with an injection source. Ground presents different flow characteristics in both horizontal and vertical directions. The outcome is a description of the dependence between the foundation movement and the pressure source located in the ground. Two-phase model is assumed which is built to a homogeneous linear skeleton and fluid flow, completely filling the ground, is of laminar character. The skeleton and the fluid are mutually coupled. The solutions present foundation displacement and stress in the contact zone.

Key words: consolidation, source of pressure, orthotropic flow

Adres do korespondencji – Corresponding address:

Karolina Łach, Instytut Geotechniki, Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, Poland, e-mail: karlach@wp.pl

Zaakceptowano do druku – Accepted for print:

7.10.2011

Do cytowania – For citation:

*Gaszyński J., Łach K., 2012. Wpływ źródła iniekcji na przemieszczenie fundamentu w warunkach ortotropowego przepływu cieczy. *Nauka Przyr. Technol.* 6, 1, #12.*